

Hoffman

Passagens da parte do dual do Theil (4.14) e (4.16) para (4.23), (4.24) e (4.25)

Em termos da fração da renda total da população recebida por cada pessoa, na distribuição dual temos

$y_i = 0$, para nU_T pessoas, e

$y_i = \frac{1}{n(1-U_T)}$, para $n(1-U_T)$ pessoas

Assim, de acordo com as equações (4.14) e (4.16), obtemos:

$$T = \sum_{i=1}^n y_i \log ny_i = nU_T [0 \log n0] + n(1-U_T) \left[\frac{1}{n(1-U_T)} \log n \frac{1}{n(1-U_T)} \right] = \log \frac{1}{(1-U_T)}$$

Elevando ao exponencial, obtemos:

$$e^T = \frac{1}{(1-U_T)} \Rightarrow 1-U_T = e^{-T} \Rightarrow U_T = 1-e^{-T} \quad (4.23)$$

$$0 \leq T \leq \log n$$

$$1 \leq e^T \leq n$$

$$1 \geq e^{-T} \geq \frac{1}{n}$$

$$-1 \leq -e^{-T} \leq -\frac{1}{n}$$

$$0 \leq 1-e^{-T} \leq 1-\frac{1}{n}$$

$$0 \leq U_T \leq 1-\frac{1}{n} \quad (4.24)$$

Na seção 3.4 foi visto que

$$U_2 = \phi + (1-\phi)U_1$$

onde U_1 é o dual da distribuição inicial e U_2 é o dual após acrescentar valores nulos que são uma proporção $\phi = \frac{m}{n+m}$ do novo total de elementos. Assim, para o Theil temos:

$$U_{T2} = \phi + (1-\phi)U_{T1}$$

Usando (4.23), temos:

$$1-e^{-T2} = \phi + (1-\phi)(1-e^{-T1})$$

$$1-e^{-T2} = \phi + (1-\phi) - (1-\phi)e^{-T1}$$

$$e^{-T2} = (1-\phi)e^{-T1}$$

$$-T2 = \ln(1-\phi) - T1$$

$$T2 = T1 - \ln(1-\phi) \quad (4.25)$$