

Hoffman

Passagem (4.27) para (4.30)

Suponha que eu tenha uma população de tamanho N , a qual seja dividida em K grupos tal que:

$N = \sum_{h=1}^K n_h$, em que n_h é o n° de pessoas no h -ésimo grupo. E a proporção da população correspondente ao h -ésimo grupo seria:

$\pi_h = \frac{n_h}{N}$. Seja, também x_{hi} a renda do i -ésimo indivíduo do h -ésimo grupo. Assim, a fração da renda total deste indivíduo seria:

$y_{hi} = \frac{x_{hi}}{N\mu}$, notando que o denominador nada mais é do que a renda total da população,

sendo μ a renda média. Então a fração da renda total da população apropriada pelo h -ésimo grupo é:

$Y_h = \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$, ou seja, eu estou somando a fração da renda total dos indivíduos que

pertencem ao grupo h .

De (4.14), temos o índice T de Theil:

$T = \sum_{i=1}^N y_i \log Ny_i = \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \log Ny_{hi}$ (4.27), estou apenas somando primeiro os indivíduos

de um grupo, e depois de outro e outro e assim sucessivamente até somar toda a população. Somando e subtraindo

(*) $\sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{NY_h}{n_h} = \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \log \frac{NY_h}{n_h}$ (do lado esquerdo para o direito, eu apenas abri o Y_h

que está fora do log, como definido acima ($Y_h = \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$). Assim, (4.27) fica:

$T = \sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{NY_h}{n_h} + \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_h} \frac{Y_h}{Y_h} y_{hi} \log Ny_{hi} - \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \log \frac{NY_h}{n_h}$, em que eu somei e subtrai (*)

e apenas dividi e multipliquei Y_h . Continuando:

$T = \sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{NY_h}{n_h} + \sum_{h=1}^k Y_h \sum_{i=1}^{n_h} \frac{y_{hi}}{Y_h} \log Ny_{hi} - \sum_{h=1}^k \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} \log \frac{NY_h}{n_h}$

$T = \sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{NY_h}{n_h} + \sum_{h=1}^k Y_h \sum_{i=1}^{n_h} \frac{y_{hi}}{Y_h} \left[\log Ny_{hi} - y_{hi} \log \frac{NY_h}{n_h} \right]$

$T = \sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{Y_h}{\pi_h} + \sum_{h=1}^k Y_h \sum_{i=1}^{n_h} \frac{y_{hi}}{Y_h} \left[\log \frac{Ny_{hi}}{\frac{NY_h}{n_h}} \right]$

$$T = \sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{Y_h}{\pi_h} + \sum_{h=1}^k Y_h \sum_{i=1}^{n_h} \frac{y_{hi}}{Y_h} \left[\log \frac{n_h y_{hi}}{Y_h} \right]$$

$$T = T_e + \sum_{h=1}^K Y_h T_h \quad \textbf{(4.28)}$$

Onde, $T_e = \sum_{h=1}^k Y_h \log \frac{Y_h}{\pi_h}$ é o Theil entre grupos e $T_h = \sum_{i=1}^{n_h} \frac{y_{hi}}{Y_h} \log n_h \frac{y_{hi}}{Y_h}$ é o Theil intra

grupo, logo $\sum_{h=1}^K Y_h T_h$ é a média ponderada dos Theils intragrupos.