

1. (2.1 Pontos) **Comente, concordando total, parcialmente ou não, os itens abaixo. Justifique-se em uma ou duas linhas. Responda 7 dos 9 itens abaixo.**

- (a) (0.3 Pontos) Nos Estados Unidos, a desigualdade de renda é tradicionalmente calculada em termos anuais. Se a mesma passar a ser calculada em bases mensais a medida de desigualdade vai crescer, assim como o poder explicativo de variáveis como anos completos de estudo.

**Resposta:** Concordo parcialmente. A dispersão da renda mensal pode ser dividida usando uma medida decomponível como o Theil em dispersão de renda anual (desigualdade estrito senso) e dispersão da renda de cada pessoa ao longo do tempo (como no exemplo dado em sala a partir dos dados longitudinais da PME). Logo, a desigualdade mensal é maior ou igual a anual. O poder explicativo de variáveis estruturais explicativas de desigualdade como educação, cai no conceito mensal, pois adicionamos ruído e flutuações temporais aos dados.

- (b) (0.3 Pontos) Medidas de pobreza são necessariamente arbitrárias, pois assumem um valor, até certo ponto arbitrário, para a linha de pobreza. Já as medidas de desigualdade não, pois não envolvem julgamentos de valor.

**Resposta:** Falso. Medidas de pobreza envolvem, de fato, alguma arbitrariedade, pois são referentes a uma linha de pobreza escolhida pelo analista. As medidas de desigualdade também não estão isentas de julgamento de valor, uma vez que podemos associá-las às funções bem estar social correspondentes (seguindo derivação de Atkinson), as quais assumem formas funcionais específicas para as funções utilidade individuais e as ponderam diferentemente no cálculo do bem estar social.

- (c) (0.3 Pontos) O conceito de renda domiciliar per capita usado na análise social tende a subestimar as medidas de pobreza por não levar em conta a desigualdade dentro dos domicílios ou economias de escala de famílias maiores.

**Resposta:** Falso. As economias de escala favorecem os domicílios que possuem maior número de pessoas. Reconhecer sua existência implicaria uma redução das medidas de pobreza, e portanto o conceito de renda domiciliar per capita tenderia a superestimá-las. O uso do conceito de renda domiciliar per capita ignora a desigualdade entre os membros do domicílio, levando à subestimação das medidas de desigualdade.

- (d) (0.3 Pontos) Se a integral da curva de incidência de pobreza, isto é, a curva de déficit de pobreza, da sociedade A está sempre acima daquela da sociedade B, podemos assegurar que o indicador conhecido como a proporção de pobres ( $P^0$ ) é sempre maior em A do que em B, mas não que a severidade de pobreza ( $P^2$ ) seja maior.

**Resposta:** Quando a curva de déficit de pobreza da sociedade A encontra-se sempre acima daquela da sociedade B podemos assegurar que o  $P^1$  de A é sempre maior em A do que em B, para todo valor da linha de pobreza. Isto implica o  $P^2$  de A sempre maior que o  $P^2$  de B, mas nada podemos concluir a respeito da relação do indicador  $P^0$  das duas sociedades.

- (e) (0.3 Pontos) Se usarmos o índice de bem estar social de Sen e substituirmos o índice de Gini da fórmula pelo dual do Índice de Theil ganhamos a propriedade de decomposição do índice. Por outro lado perde-se a escala de 0 a 1 conveniente na análise.

**Resposta:** Falso. O Gini não é uma medida de desigualdade decomponível, no sentido de que sua decomposição em componentes entregupos e intragrupos não é exata, verificando-se um resíduo. A decomposição exata é uma das propriedades do Índice de Theil, mas este último tem um intervalo de variação de 0 a  $\log n$ . Contudo, seu dual apresenta o mesmo intervalo de variação do Gini.

- (f) (0.3 Pontos) Medidas de crescimento de renda e de pobreza não são afetadas por erros de mensuração da renda com média zero.

**Resposta:** Falso. A média não é afetada, mas erros de mensuração afetam a dispersão e portanto a medida de desigualdade. Como a pobreza é resultado da média e da desigualdade, ela é afetada por erros de mensuração com média zero. Por exemplo, suponha a seguinte distribuição verdadeira para uma economia com 2 pessoas:  $x = [1, 5]$ , e uma linha de pobreza igual a 2. Suponha agora uma erro de medida com média zero de  $+2$  para o primeiro indivíduo e de  $-2$  para o segundo, de forma que a distribuição final seja  $x' = [3, 3]$ . Note que enquanto o  $P^0$  da primeira distribuição é igual a 50%, o da segunda é nulo.

- (g) (0.3 Pontos) Considere a seguinte mudança na distribuição de renda:  $x \rightarrow \alpha x$ ,  $\alpha > 0$ . Podemos afirmar que, segundo a abordagem posicional, verificamos mobilidade positiva.

**Resposta:** Falso. Não há mobilidade segundo a abordagem posicional, uma vez que os rankings de todos os indivíduos da distribuição permanecem inalterados mediante multiplicação por um escalar positivo.

- (h) (0.3 Pontos) Considere a seguinte mudança na distribuição de renda:  $x \rightarrow x + \alpha$ ,  $\alpha > 0$ . Podemos afirmar que, segundo a abordagem relativa, verificamos mobilidade nula.

**Resposta:** Falso. Diante de um acréscimo de renda de igual valor a todos os indivíduos, é de se esperar que as frações de renda detidas por cada pessoa da distribuição se altere (isto só não ocorrerá no caso de todos possuírem a mesma renda inicial). Suponha o caso de uma distribuição com 2 pessoas,  $y = [0, 8]$  e um acréscimo de renda  $\alpha = 1$ . A distribuição final é  $y' = [1, 9]$ . Note que o indivíduo mais pobre, que antes detinha 0% da renda total, passou a se apropriar de 10% do total. Como a abordagem relativa preocupa-se com movimentos nas frações da renda total detidas por cada indivíduo, concluímos que haverá mobilidade.

- (i) (0.3 Pontos) Considere a seguinte mudança em uma distribuição de renda: todos os indivíduos têm suas rendas mantidas, à exceção de dois. Um cede renda para o outro, mas sem alterar posições na distribuição. Podemos afirmar que todas as abordagens convergem para uma resposta única quanto à ocorrência de mobilidade na distribuição.

**Resposta:** Falso. Dada a transferência de renda, temos que as frações de renda total apropriadas pelos dois indivíduos envolvidos na troca se alteraram, levando-nos a verificar mobilidade segundo a abordagem relativa. Contudo, por não haver alteração nos rankings da distribuição, não verificamos mobilidade segundo a abordagem posicional.

2. (2.2 Pontos) **Questões Teóricas. Responda 2 dos 3 itens abaixo.**

- (a) (1.1 Pontos) Derive, sem muito detalhe, o índice de desigualdade de Atkinson a partir de sua função de Bem-Estar Social. Mostre que existe um valor do parâmetro  $\varepsilon$  para o qual a função bem estar e a medida de desigualdade tornam-se insensíveis à desigualdade.

**Resposta:** A função bem estar social de Atkinson, para  $\varepsilon \neq 1$  é

$$W = \frac{1}{N} \sum \frac{x_i^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}$$

Denotamos por  $x_*$  a renda equivalente na distribuição igualitária, isto é, aquela que fornece um valor de bem estar social igual a  $W$ , mas com desigualdade nula.

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{N} \sum \frac{x_*^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} = \frac{1}{N} \cdot \frac{Nx_*^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} = \frac{x_*^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon} \\ x_* &= [W(1-\varepsilon)]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[ \frac{1}{N} \sum x_i^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \end{aligned}$$

O Índice de Atkinson é definido por

$$A(\varepsilon) = 1 - \frac{x_*}{\mu} = 1 - \left[ \frac{1}{N} \sum \left( \frac{x_i^{1-\varepsilon}}{\mu} \right) \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Quando  $\varepsilon = 0$ , temos  $A(\varepsilon) = 1 - \frac{1}{N} \sum \left( \frac{x_i}{\mu} \right) = 1 - \frac{1}{N\mu} \cdot n\mu = 0$ , isto é, a desigualdade é sempre nula, uma vez que o relevante para a definição do bem estar social é a renda per capita, e não mais sua distribuição. Sendo assim, dizemos que para  $\varepsilon = 0$ , a função bem estar de Atkinson é insensível à desigualdade.

- (b) (1.1 Pontos) Explícite as fórmulas do indicador de desigualdade conhecido como Theil-T e sua decomposição em componentes intra-grupos e entre-grupos. Explique a intuição por trás do Theil-T (conceito de entropia).

**Resposta:** A fórmula do  $T$  de Theil é

$$T = \sum_{i=1}^n y_i \log \frac{y_i}{\frac{1}{n}}$$

e pode ser decomposto da seguinte forma:

$$T = \sum_h Y_h \log \frac{Y_h}{\pi_h} + \sum_{h=1}^k Y_h T_h$$

onde o primeiro somatório correspondo ao componente entregrupos e o segundo somatório refere-se ao componente intragrupos. A intuição para esta medida de desigualdade provém do conceito de entropia, isto é, a esperança do conteúdo informativo de uma mensagem. No caso, a probabilidade a posteriori corresponde à fração da renda apropriada pelo indivíduo  $i$ , enquanto a probabilidade a priori é a fração da população pela qual responde o mesmo indivíduo.

- (c) (1.1 Pontos) Quais são o sentido e importância do Princípio de Transferências (Pigou-Dalton) na especificação de uma função Bem-Estar Social? Quais são as restrições impostas sobre a função bem estar social abaixo para que o princípio seja observado? Explícite a função Bem Estar do Índice de Gini.

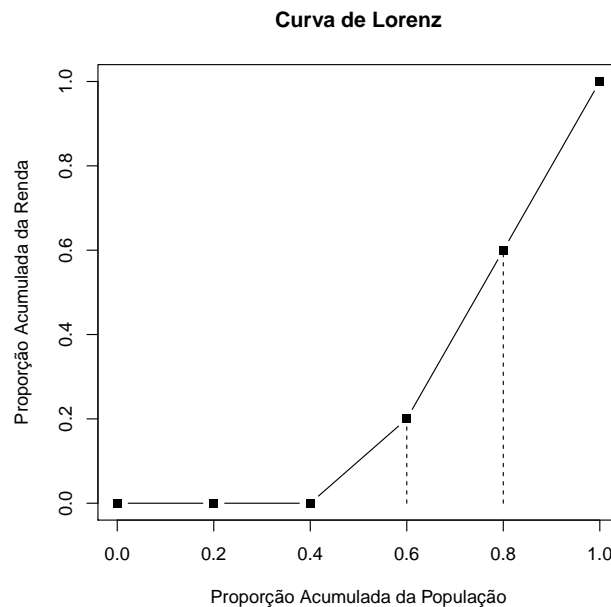
$$u(x^*) = \int w(x) u(x) f(x) dx$$

**Resposta:** O Princípio das Transferências garante que, dada uma transferência regressiva, isto é, de um indivíduo pobre para um relativamente rico, o valor da função bem estar social deve ser reduzido. Isto pode ser incorporado à uma função bem estar social assumindo funções bem estar individuais  $u(x)$  com utilidades marginais decrescentes ou ainda impondo pesos  $w(x)$  maiores aos mais pobres. Por exemplo, podemos utilizar  $u(x) = \log x$  e  $w(x) = 2[1 - F(x)]$ , isto é, a função utilidade individual correspondente à função bem estar social associada ao Gini e pesos da função bem estar social associada ao índice  $T$  de Theil.

3. (2.2 Pontos) **Questões de Cálculo. Responda 2 dos 3 itens abaixo (1,1 pontos cada)**

- (a) (1.1 Pontos) Considere a seguinte distribuição de renda de uma população com cinco indivíduos:  $x = [0; 4; 2; 0; 4]$ . Desenhe a Curva de Lorenz e, a partir desta, encontre o índice de Gini.

**Resposta:** Primeiramente, reordenamos a distribuição em ordem crescente, e obtemos  $x = [0; 0; 2; 4; 4]$ . O vetor com as frações de renda acumuladas até o indivíduo  $i$ , na distribuição reordenada, é  $\Phi = [0; 0; 0.2; 0.6; 1]$ , e o vetor com as frações da população total acumuladas até o indivíduo  $i$  é  $p = [0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1]$ . A Curva de Lorenz é, portanto,



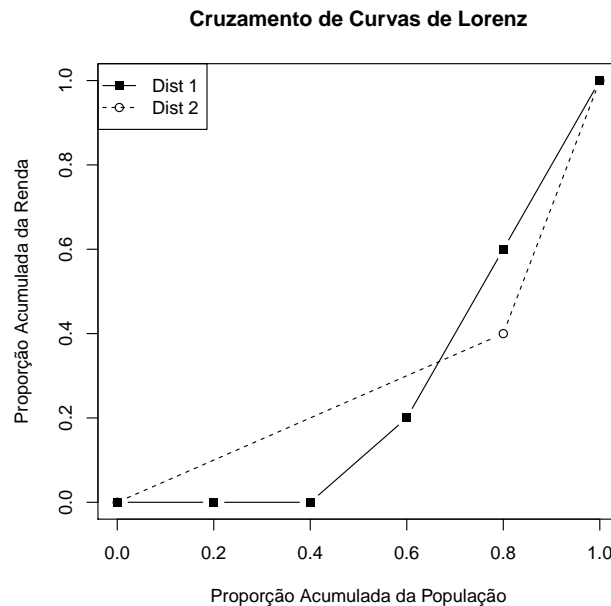
O índice de Gini pode ser calculado a partir da Curva de Lorenz, de acordo com a fórmula  $G = 1 - 2\beta$ , onde  $\beta$  corresponde à área entre a Curva de Lorenz e o eixo horizontal. Sendo assim, temos que

$$G = 1 - 2\beta = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(\Phi_i + \Phi_{i-1})}{n}$$

$$G = 1 - \frac{1}{5} (0.2 + 0.2 + 0.6 + 0.6 + 1) = 1 - \frac{2.6}{5} = \frac{2.4}{5} = 0.48$$

- (b) (1.1 Pontos) Considere agora uma população na qual os 80% mais pobres possuem rendas iguais e apropriam-se de 40% da renda total. Inexiste também desigualdade dentro do grupo formado pelos 20% mais ricos. Explique o porquê de não podermos afirmar, inequivocamente, que esta distribuição é mais desigual que a distribuição da questão anterior.

**Resposta:** Claramente a Curva de Lorenz desta distribuição se cruzará com a Curva de Lorenz da distribuição da questão anterior. Neste caso, medidas de desigualdade diferentes podem apontar como a mais desigual distribuições diferentes.



(c) (1.1 Pontos) O município do Rio está pensando em adotar a seguinte meta em seu planejamento: reduzir em pelo menos 50% a população carioca abaixo da linha de pobreza de US\$2 PPC (paridade de poder de compra) por dia, a linha mais alta da 1ª meta do Milênio da ONU, entre 2007 e 2015. Discuta as vantagens e desvantagens, em termos de mensuração e incentivos aos gestores de políticas, de se usar nas metas:

1. a proporção de pobres ( $P^0$ ) versus o Hiato Quadrático de Pobreza ( $P^2$ ).
2. a linha internacional de pobreza versus a linha doméstica de 1/4 do salário mínimo.
3. apenas metas para uma data final versus o parcelamento em metas anuais.

**Resposta:**

1. O uso do  $P^0$  dá incentivos para o foco sobre aqueles pobres mais próximos da linha de pobreza, enquanto o  $P^2$  prioriza ações sobre os mais pobres entre os pobres.
2. O uso de uma linha internacional de pobreza seria única (ainda que passível de reajustes ocasionais), enquanto linhas de pobreza definidas em função de salário mínimo podem apresentar grande variabilidade regional e temporal. Além disso, uma linha internacional de pobreza leva em conta o custo para se atender necessidades básicas, enquanto uma linha correspondente à uma fração do salário mínimo usualmente carece de semelhante fundamentação.
3. O uso exclusivo de metas finais permite que o gestor de políticas adie o esforço de cumprimento das metas para momentos próximos ao fim do prazo. Assim, os indivíduos e a sociedade como um todo desfrutam de níveis de bem estar relativamente baixos. Dessa forma, a adoção de metas intermediárias é recomendável.

4. (2.6 Pontos) **Questões Empíricas. Responda 2 dos 3 itens abaixo**

- (a) (1.3 Pontos) Baseando-se nos resultados do modelo de regressão logística binomial abaixo, cuja variável endógena é pobreza, analise a evolução da proporção de pobres entre níveis de educação. **Bônus (0.5 Ponto):** Explícite o modelo de regressão logística e dê o significado da razão de chances.

Parâmetro	Categoria	Estimativa	Erro Padrão	Qui-Quadrado	sig	Razão condicional
EDUCHEFE	1 a 3	-0.1762	0.0076	535.6	**	0.83844
EDUCHEFE	4 a 7	-0.542	0.0071	5875.14	**	0.58157
EDUCHEFE	8 a 11	-1.4022	0.0082	29275.7	**	0.24605
EDUCHEFE	12 ou mais	-2.4862	0.0179	19188	**	0.08322
EDUCHEFE	zzzSem instrução ou menos de 1 ano	0	0	.		1

**Resposta:** Famílias cujo chefe do domicílio possui 12 ou mais anos de estudo têm  $1 - 0.08322 = 91.7\%$  menos chance de se encontrarem abaixo da linha da pobreza, relativamente a famílias cujo chefe do domicílio tem 1 ano ou menos de instrução.

- (b) (1.3 Pontos) Considere a decomposição trabalhista da renda individual de todas as fontes abaixo:

15 a 65 anos - Total								
População Total								
Categoria	Ano	Renda de Todas as Fontes =	Renda de Todas as Fontes / Renda de Todos os Trabalhos x	Salário-Hora por Anos de Estudo dos Ocupados x	Anos de Estudo dos Ocupados x	Horas Trabalhadas x	Taxa de Ocupação na PEA x	Taxa de Participação no Mercado de Trabalho
	2009	806,56	1,1703	3,08	8,64	42,107	0,833	0,739
	2003	642,65	1,1874	2,82	7,619	43,468	0,803	0,721
<b>Total</b>	Taxa de Variação Anual (%)	3,86	-0,24	1,48	2,12	-0,53	0,61	0,41

- Qual é o impacto das mudanças de medidas de esforço ao trabalho no crescimento da renda?
- Qual a parcela do crescimento da renda média total da PIA explicada pelo aumento do salário hora?
- E se assumirmos um crescimento de 0,5% ao ano da PIA fruto da transição demográfica em curso qual deveria ser o crescimento da renda de todas as fontes?
- Compare os impactos na renda total desse bônus demográfico com o do aumento da escolaridade média dos ocupados (bônus educacional). **Bônus (0,5 ponto):** Mostre como a decomposição em componentes trabalhista é construída em nível e em taxa de variação.

**Resposta:**

- As medidas de esforço ao trabalho correspondem à participação no mercado de trabalho, ocupação e horas trabalhadas. Estes três componentes foram responsáveis por um crescimento anual da renda de todas as fontes igual a

$$(1 + 0.0041) \cdot (1 + 0.0061) \cdot (1 - 0.0053) - 1 = 0.49\%$$

- O salário hora foi responsável por um crescimento anual da renda de todas as fontes igual a

$$(1 + 0.0148) \cdot (1 + 0.0212) - 1 = 3.63\%$$

E sua contribuição para o crescimento foi de

$$\frac{3.63}{3.86} = 94.04\%$$

3. Com um crescimento da PIA de 0.5% ao ano, a renda de todas as fontes apresentaria um crescimento de

$$(1 + 0.0386) \cdot (1 + 0.005) - 1 = 4.38\%$$

4. O impacto do aumento da escolaridade (2.12%) corresponde a mais de 4 vezes o impacto do bônus demográfico.

- (c) (1.3 Pontos) **Equação Minceriana (Log-Linear) da Renda Individual com variável interativa de tamanho de cidade e ano.** Omitimos outros fatores.

Discuta, através da regressão abaixo, a evolução do diferencial de renda por densidade geográfica (rural, urbano e metropolitano) no Brasil entre 2001 e 2009. Como interpretar os quatro coeficientes em negrito abaixo? **Bônus (0,5 ponto): Explique os estimadores de diferença em diferença e suas aplicações.**

Estimated Regression Coefficients		
Parameter	Estimate	t Value
Rural	-0.88	-118.17
Urbana	-0.28	-53.98
ANO 2009	0.1	19.47
<b>Rural</b> <b>*2009</b>	<b>0.14</b>	<b>13.67</b>
<b>Urbana</b> <b>*2009</b>	<b>0.07</b>	<b>0.9</b>

**Resposta:** A renda individual no meio rural cresceu, entre 2001 e 2009, 14% a mais que em regiões metropolitanas. Este efeito é estatisticamente significativo, dado o alto valor da estatística  $t$  igual, a 13.67. A renda nas áreas urbanas não metropolitanas, por sua vez, apresentaram crescimento 7% superior ao das regiões metropolitanas, mas não podemos rejeitar a hipótese nula de que este crescimento relativo seja diferente de zero, uma vez que a estatística  $t$  associada a esta estimativa é inferior a 1.96.

5. (1 Ponto) **Explique através do aparato da equação Minceriana de renda e suas estatísticas descritivas (mais especificamente o  $R^2$ ), o conceito da contribuição bruta e contribuição líquida de uma variável sociodemográfica (por exemplo, educação) à desigualdade.**

**Resposta:** A contribuição bruta da educação à desigualdade pode ser medida através de uma equação minceriana na qual a única variável explicativa é educação, e corresponderá ao  $R^2$  desta regressão. Sua contribuição líquida é mensurada ao estimarmos o modelo com todas as variáveis explicativas, obtermos um  $R^2 = R_0^2$ , e então reestimarmos o modelo excluindo unicamente a variável educação, obtendo um  $R^2 = R_1^2$ . A contribuição líquida da variável educação será igual à diferença  $R_0^2 - R_1^2$ .